

Надежность как робастность. Задача о максимальной робастности

Кулагин В.В.

Институт проблем машиноведения РАН
199178 Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61
Россия
wkoula@gmail.com

Аннотация

Исследуется надежность как устойчивость системы к изменениям нагрузки (робастность системы). Рассматривается задача о проектировании системы, выполняющей свое предназначение при максимальном диапазоне значений заранее не известного параметра нагрузки.

1 Постановка задачи

В докладе формализуется процесс проектирования системы, нагрузка на которую заранее не известна, то есть описание системы является неполным, или – в другой терминологии – нагрузка является неопределенной. В известных случаях описания неопределенности рассматривается либо ограниченное множество возможных значений параметра неопределенности (при детерминированном подходе), либо диапазон возможных значений параметра неопределенности и соответствующий закон распределения (при вероятностном подходе). В данном сообщении предполагается, что нагрузка может принимать любые значения в пространстве своих значений. Поскольку каждое проектное решение работоспособно при определенном множестве реализаций нагрузки (это множество является характеристикой данного решения и называется множеством робастности данного решения), предлагается найти проектное решение с максимальным, в определенном смысле, множеством робастности.

Пусть u – проект, та часть системы, которую выбирает проектировщик; v – нагрузка, та часть системы, которая заранее не известна (предполагается, что ее выбирает другое лицо, природа, случай). Проект выбирается из множества допустимых проектов, $u \in U$; нагрузка может принимать любые значения, $v \in E_v$, E_v – пространство значений нагрузки. То есть рассматривается случай, когда проектировщик не только не знает конкретных значений нагрузки, но не знает и множества ее возможных значений.

Функционирование системы оценивается параметрами φ_i, ψ_j , в формировании значений которых принимает участие как допустимое решение u , так и реализовавшаяся нагрузка v , т. е. $\varphi_i = \varphi_i(u, v)$, $\psi_j = \psi_j(u, v)$. Эффективность функционирования системы задается условиями, которые в обобщенном виде можно записать $\varphi_i(u, v) = 0$, $\psi_j(u, v) \leq 0$.

Множество

$$R = \{(u, v) \mid u \in U, \varphi_i(u, v) = 0, \psi_j(u, v) \leq 0\}$$

есть отношение, которое задает многозначное отображение $u \rightarrow v$, где каждому проекту u ставится в соответствие множество эффективно обрабатываемых нагрузок v , называемое множеством робастности проекта u ,

$$V(u) = \{v \mid (u, v) \in R\}.$$

Задача о максимальной робастности есть задача

$$V(u) \rightarrow \max_{u \in U}. \quad (1)$$

Решением задачи (если оно существует) называется проект u^* такой, что либо

$$V(u^*) \supseteq V(u), \quad \forall u \in U, \quad (2)$$

либо

$$u^* = \arg \max_{u \in U} \xi(V(u)),$$

где $\xi(\cdot)$ – некоторая функция множества, оценивающая множество робастности $V(u)$.

Задача (1) рассматривалась в [1-4]. В [1] приведены примеры формирования функции $\xi(\cdot)$. Некоторые математические аспекты задачи исследовались в [4]. В данном докладе формулируется задача, эквивалентная задаче (1), что может облегчить вывод условий существования решения задачи (1) в смысле включения (2).

2 Обсуждаемый результат

Задача о максимальной робастности может быть сформулирована иначе.

Пусть $v \rightarrow u$ – многозначное отображение, где каждой нагрузке v ставится в соответствие множество эффективных проектов

$$U(v) = \{u \mid (u, v) \in R\}.$$

Требуется найти проект u^* такой, что

$$u^* \in \bigcap_v U(v), \quad (3)$$

т. е. проект u^* , который обслуживает любую нагрузку из генерального множества нагрузок

$$V^+ = \bigcup_{u \in U} V(u).$$

Теорема. Для того чтобы проект u^* был решением задачи (1), необходимо и достаточно, чтобы он был решением задачи (3).

3 Заключение

Предложен критерий максимальной надежности проектируемой системы. Надежность системы обсуждается с точки зрения робастности (устойчивости) системы к непредвиденным изменениям той её части, которая называется нагрузкой. Рассматривается случай, когда параметры нагрузки могут быть любыми. Ставится и обсуждается задача о максимальной робастности. Критерий максимальной робастности дает проектировщику объективную характеристику системы, а именно – ее предельные возможности оставаться работоспособной при изменениях нагрузки.

Список литературы

- [1] Kulagin, V.V. (1998). Balance Point Method of Design under Some Kind of Uncertainty. *International Conference Dedicated to the 90th Anniversary of L.S.Pontryagin, Optimal Control, Abstracts*. Pp. 119-120.
- [2] Кулагин В.В. (1998). Метод равновесной точки в задачах проектирования при неполной информации. *Институт проблем машиноведения РАН, препринт 138*. С. 67-81.
- [3] Кулагин В.В., Проурзин В.А. (2005). Амортизатор, максимально робастный к изменению массы защищаемого объекта. *Известия РАН, Механика твердого тела, 2005, №1*. С. 34-44.
- [4] Кулагин В.В. (2007). Задача математического программирования для функции с избыточным аргументом. *"Математическое программирование и приложения"*. Екатеринбург. С. 61-62.