Динамическая модель накопления повреждений

Проурзин В.А.
Лаборатория методов анализа надежности
Институт проблем машиноведения РАН
Большой пр. В.О., 61, г. Санкт-Петербург, Россия
proursin@gmail.com

Аннотация

Предложен подход к построению динамических моделей в теории надежности, позволяющий вычислять традиционные вероятностные показатели для различных систем с учетом произвольных возмущающих внешних воздействий. Доказан ряд математических утверждений, позволяющих исследовать и вычислять основные показатели надежности при данном подходе. Получены выражения для расчета аналогов последовательного, параллельного и произвольного соединения простых динамических систем.

Пусть состояние системы описывается вектором $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$, а изменение состояния - системой дифференциальных уравнений: $\dot{x} = F(x, \theta(t))$. Вектор-функция $\theta(t)$ задает внешние воздействия. Функционирование системы описывается движением изображающей точки вдоль траектории $x(t, x_0, \theta(\cdot))$ в пространстве состояний, а отказ можно трактовать как случайную остановку изображающей точки.

Вводится функция $D(x, \theta)$ - опасность отказа. Система дифференциальных уравнений дополняется дифференциальным уравнением, задающим изменение во времени вероятности безотказной работы:

$$\dot{x} = F(x, \theta(t)); \quad \dot{p} = -pD(x, \theta(t)); \quad x(0) = x_0; \quad p(0) = 1. \tag{1}$$

Данная математическая модель описывает динамику накопления повреждений в системе и возникновение в ней отказов с учетом влияния переменных внешних воздействий.

Рассмотрим простой пример. Пусть в технической системе имеется трущаяся пара, скорость изменения износа x в которой пропорциональна внешней нагрузке $\theta = \theta(t) > 0$. Отказ наступает при некотором неизвестном нам значении износа x. Система уравнений (1) примет следующий вид:

$$\dot{x} = \theta(t); \quad \dot{p} = -pD(x, \theta(t)); \quad x(0) = x_0, \quad p(0) = 1. \tag{2}$$

Пусть для этой системы с начальным состоянием $x_0 = 0$ экспериментально получены распределения отказов при постоянных уровнях нагрузки θ_0, например, в виде следующего однопараметрического семейства распределений Вейбулла-Гнеденко:

$$p(t, \theta_0) = \exp\left(-\left[\frac{t}{\beta(\theta_0)}\right]^{\gamma}\right), \quad \beta(\theta_0) = \frac{c}{\theta_0}, \quad \lambda(t, \theta_0) = \frac{\gamma}{\beta(\theta_0)}\left[\frac{t}{\beta(\theta_0)}\right]^{\gamma-1}.$$

Из системы алгебраических уравнений $D(x, \theta_0) = \lambda(t, \theta_0); \quad x(t) = \theta_0 t$ получим следующее выражение для функции опасности отказа $D(x, \theta) = \frac{\gamma\theta}{c}\left[\frac{x}{c}\right]^{\gamma-1}$. Теперь при любых начальных состояниях x_0 и функциях нагрузки решение системы (2) дает вероятность безотказной работы

$$x(t) = x_0 + \int_0^t \theta(s)ds, \quad p(t) = \exp\left(-\int_0^t \frac{\gamma\theta(s)}{c}\left[\frac{x_0}{c} + \frac{1}{c}\int_0^s \theta(\xi)d\xi\right]^{\gamma-1} ds\right).$$

Список литературы

[1] *Проурзин В.А.* Показатели надежности объектов, моделируемых динамическими системами/ В. сб. Надежность технических систем. Вып.2./под.ред. Б.П.Харламова. Препринт 138. ИПМаш РАН, Спб.: 1998.

[2] *Новиков П.И., Проурзин В.А.* Динамическая модель надежности изоляции электрических машин / Проблемы машиностроения и надежности машин. 2005, №1.